TS3

Interrogation écrite du mardi 12 janvier 2010

Prénom et nom : …………………………………………………. **Note : ……/20**

Encadrer tous les résultats à la règle. On rédigera sans utiliser aucune abréviation.
Les traits de fraction doivent être tracés à la règle.

I. (3 points) On lance un dé pipé à six faces numérotées de 1 à 6. On note le numéro de la face supérieure.
On suppose que l'expérience aléatoire est modélisée par la loi de probabilité P ci-dessous.

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,05	0,05	0,3	0,2	0,2

On considère les événements A : « obtenir un numéro impair » et B : « obtenir un multiple de 3 ».

Compléter les égalités :

$P(\mathrm{A}) = ...$ $\quad P(\mathrm{B}) = ...$ $\quad P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = ...$ $\quad P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = ...$

$P(\overline{\mathrm{A}} \cap \overline{\mathrm{B}}) = ...$ $\quad P(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}) = ...$

II. (1 point) Compléter sans justifier les égalités : $\binom{103}{24} + \binom{103}{25} = \binom{.........}{.........}$ et $\binom{100}{40} = \binom{100}{.........}$.

III. (0,5 point) Soit n un entier naturel quelconque supérieur ou égal à 2.

Simplifier sans détailler la démarche : $\dfrac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = ...$.

IV. (0,5 point) Donner une autre écriture du nombre $99 \times 98 \times 97 \times 96$ en utilisant la notation factorielle.

$99 \times 98 \times 97 \times 96 = ...$

V. (1 point) Compléter la phrase.

Dans le développement de $(2x+3)^7$, le coefficient de x^5 est égal à : …………………………..

VI. (2 points) Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires. On tire trois boules simultanément.

1°) Calculer le nombre de tirages contenant exactement une boule blanche.	
2°) Calculer le nombre de tirages contenant au moins une boule blanche.	
3°) Calculer le nombre de tirages contenant au moins deux boules blanches.	
4°) Calculer le nombre de tirages ne contenant que des boules d'une même couleur.	

VII. (2 points) Un sac contient 10 cartons numérotés de 1 à 10. On tire simultanément deux cartons au hasard.
Calculer la probabilité de l'événement G : « Les deux cartons portent un numéro pair. ».
Rédiger en détaillant toute la démarche. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

………..…….

………..…….

………..…..

……………………………………………………………………………………………………….……..……

………..…….

………..…….

………..…….

………..…..

……………………………………………………………………………………………………….……..……

………..…….

………..…….

………..…….

Bonus : Donner le nombre d'anagrammes du mot « JEANNE ».

Corrigé de l'interrogation écrite du 12-1-2010

I.

$P(\mathrm{A})=0,45$ $P(\mathrm{B})=0,25$ $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0,05$ $P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=0,65$

$P(\overline{\mathrm{A}}\cap\overline{\mathrm{B}})=0,35$ $P(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})=0,2$

II. $\binom{103}{24}+\binom{103}{25}=\binom{104}{25}$ (formule de Pascal) ; $\binom{100}{40}=\binom{100}{60}$ (formule de symétrie).

III. $\dfrac{(2n+1)!}{(2n-1)!}=2n(2n+1)$

Explication :

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}=\frac{1\times2\times3\times...\times(2n-1)\times(2n)\times(2n+1)}{(2n-1)!}=\frac{\cancel{(2n-1)!}\times2n\times(2n+1)}{\cancel{(2n-1)!}}=2n\times(2n+1)$$

IV. $99\times98\times97\times96=\dfrac{99!}{98!}$

V. Dans le développement de $(2x+3)^7$, le coefficient de x^5 est égal à 6 048.

Explication :

On applique la formule du binôme de Newton (éventuellement avec le triangle de Pascal).

On a d'après la formule du binôme de Newton : $(2x+3)^7=\sum_{k=0}^{k=7}\binom{7}{k}(2x)^k\,3^{7-k}$.

Le monôme de degré 5 dans l'expression développée est égal à : $\binom{7}{5}\times(2x)^5\times3^2=\binom{7}{5}\times2^5\times3^2x^5$.

Donc le coefficient de x^5 dans le développement de $(2x+3)^7$ est égal à : $\binom{7}{5}\times2^5\times3^2=\dfrac{7\times6}{2}\times32\times9=6\ 048$.

VI.

1°) Calculer le nombre de tirages contenant exactement une boule blanche.	30
2°) Calculer le nombre de tirages contenant au moins une boule blanche.	80
3°) Calculer le nombre de tirages contenant au moins deux boules blanches.	50
4°) Calculer le nombre de tirages ne contenant que des boules d'une même couleur.	14

1°) Nombre de tirages contenant exactement une boule blanche : $\binom{5}{1}\times\binom{4}{2}=30$

2°) Nombre de tirages contenant au moins une boule blanche : $\binom{9}{3}-\binom{4}{3}=80$

3°) Nombre de tirages contenant au moins deux boules blanches : $\binom{5}{2}\times\binom{4}{1}+\binom{5}{3}\times\binom{4}{0}=50$.

4°) Nombre de tirages ne contenant que des boules d'une même couleur : $\binom{5}{3}+\binom{4}{3}=10+4=14$.

VII.

Nous sommes dans un cas d'équiprobabilité c'est-à-dire que l'expérience aléatoire peut être modélisée par une loi d'équiprobabilité *P*.

Le nombre de résultats possibles pour l'expérience aléatoire est égal à $\binom{10}{2}=\frac{10!}{2!\times 8!}=\frac{\cancel{8!}\times 9\times 10}{2!\times \cancel{8!}}=45$.

Le nombre de résultats possibles pour G est égal à : $\binom{5}{2}=10$.

D'après la formule de Laplace, on a : $P(G)=\frac{10}{45}$

soit $\boxed{P(G)=\frac{2}{9}}$.

Bonus : Le nombre d'anagrammes du mot « JEANNE » est égal à $\frac{6!}{2!\times 2!}=180$.