Prénom : ……………… Nom :…………………………………… Note : …… /20

1

$1^{\text{ère}}$ S2 — Interrogation écrite du jeudi 8 janvier 2009 (20 minutes)

La calculatrice n'est pas autorisée.

I. (1 point) On considère la parabole $\mathcal{C}$ d'équation $y=-x^2+4x-1$ dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$.

Compléter les phrases suivantes sans justifier.

La parabole $\mathcal{C}$ a pour sommet S(…… ; ……).

La parabole $\mathcal{C}$ admet la droite Δ d'équation ………… pour axe de symétrie.

II. (5 points) Dans chaque cas, on donne l'expression d'une fonction f définie sur un domaine $\mathcal{D}$.
Calculer la dérivée de f en précisant pour quelles valeurs de x le calcul est valable.

On effectuera les calculs au brouillon (en faisant très attention !).
On ne demande pas d'arranger les résultats, seulement de simplifier lorsque c'est possible.

1°) $f(x)=2x^3-x^2+\dfrac{x}{5}$ $\mathcal{D}=\mathbb{R}$

Pour tout $x\in$ ………… $f'(x)=$ ……………………………………………………

2°) $f(x)=2\sqrt{x}-\dfrac{1}{4}$ $\mathcal{D}=\mathbb{R}_+$

Pour tout $x\in$ ………… $f'(x)=$ ……………………………………………………

3°) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$ $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Pour tout $x\in$ ………… $f'(x)=$ ……………………………………………………

4°) $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x-1}$ $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Pour tout $x\in$ ………… $f'(x)=$ ……………………………………………………

5°) $f(x)=-\dfrac{2}{3x^2}$ $\mathcal{D}=\mathbb{R}^*$

Pour tout $x\in$ ………… $f'(x)=$ ……………………………………………………

III. (4 points) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 1$.

1°) Calculer $f'(x)$. On ne demande pas de détailler les calculs (calculs au brouillon).

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) =$ ....

2°) Soit $\mathcal{C}$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

On note :

- A, B, C les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives – 1, 0 et $\dfrac{3}{2}$;
- T_1, T_2 et T_3 les tangentes respectives à $\mathcal{C}$ aux points A, B, C.

Déterminer les équations réduites de T_1, T_2 et T_3.
Compléter le tableau ci-dessous sans expliquer (calculs au brouillon).

$T_1 : y =$	$T_2 : y =$	$T_3 : y =$

3°) **Bonus (à ne traiter que s'il reste du temps à la fin)**

Soit D le symétrique du point A par rapport au point O.
Le point D appartient-il à $\mathcal{C}$? Justifier.

Corrigé de l'interrogation écrite du 8-1-2009

II.

1°) $f(x) = 2x^3 - x^2 + \dfrac{x}{5}$ $\quad \mathcal{D} = \mathbb{R}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ $\quad f'(x) = 6x^2 - 2x + \dfrac{1}{5}$

2°) $f(x) = 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{4}$ $\quad \mathcal{D} = \mathbb{R}_+$

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ $\quad f'(x) = 2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

3°) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$ $\quad \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ $\quad f'(x) = \dfrac{2x(x+1) - (x^2+1) \times 1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

4°) $f(x) = x + 1 + \dfrac{2}{x-1}$ $\quad \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$ $\quad f'(x) = 1 + 2 \times \left[-\dfrac{1}{(x+1)^2} \right] = 1 - \dfrac{2}{(x+1)^2} = \dfrac{(x+1)^2 - 2}{(x+1)^2}$

5°) $f(x) = -\dfrac{2}{3x^2}$ $\quad \mathcal{D} = \mathbb{R}^*$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ $\quad f'(x) = -\dfrac{2}{3} \times \left(-\dfrac{2}{x^3} \right) = \dfrac{4}{3x^3}$

III.

1°)

$$\boxed{\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = -2x + 3}$$

2°)

$T_1 : y = 5x + 2$	$T_2 : y = 3x + 1$	$T_3 : y = \dfrac{13}{4}$